**Ответы на билеты по геометрии 7 класс (публичный зачет)**

**Билет 1.**

1. Определение отрезка, луча. Длина отрезка. Середина отрезка. Измерение отрезков. Основное свойство измерения отрезков. Обозначение лучей и отрезков.

**Ответ:**

Часть прямой, ограниченная двумя точками, называется **отрезком.** Точки, ограничивающие отрезок, называются его концами. Отрезок обозначается двумя большими латинскими буквами (например АВ или ВА). А В

**Длина отрезка** это положительное число показывающее, сколько раз единица измерения и её части укладываются в измеряемом отрезке. Длина отрезка называется также расстоянием между концами этого отрезка. Точка отрезка, делящая его пополам, т.е. на два равных отрезка, называется **серединой отрезка.** Равные отрезки имеют равные длины. Меньший отрезок имеет меньшую длину. *Основное свойство измерения отрезков:* когда точка делит отрезок на два отрезка, длина всего отрезка равна сумме длин двух отрезков. С

К

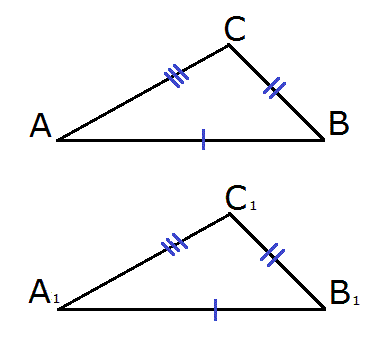
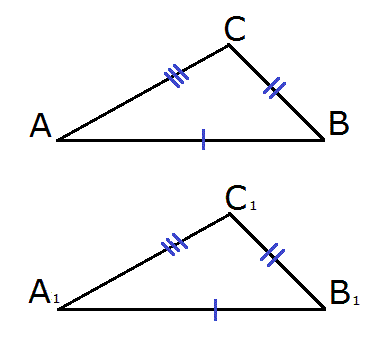
Д СД=СК+КД

Часть прямой, состоящая из всех точек этой прямой, лежащих по одну сторону от данной точки, называется **лучом.** Данная точка называется началом луча. Луч обозначается малой латинской буквой или двумя большими латинскими буквами, первая из которых обозначает начало луча, а вторая – какую-нибудь точку на луче (например: ОА, h). А

О h

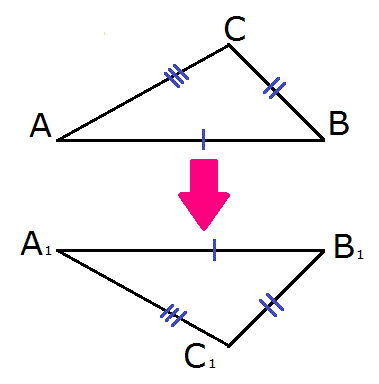
1. Доказать признак равенства треугольников по трем сторонам.

Теорема. **Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.**

**Дано:** 2 треугольника, АВС и А1В1С1, AB = A1B1, AC = A1C1, BC = B1C1

**Доказать**, что треугольники АСВ и А1В1С1 равны.

**Доказательство**

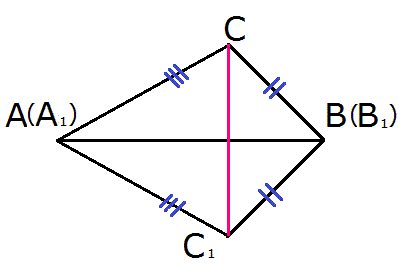
Для начала необходимо «наложить» данные треугольники друг на друга таким образом – чтобы точка А совпала с точкой А1, точка В с точкой В1, а точки С и С1 оказались по разные стороны от прямой А1В1.

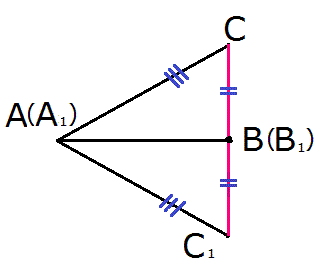
**Три возможных случая при наложении треугольников**

**Первый случай**

Луч С1С расположен внутри угла А1С1В1.

**Доказательство:**

1. Рассмотрим треугольники В1С1С и АС1С.
2. По условию стороны АС=А1С1, ВС=В1С1, следовательно, треугольники В1С1С и А1С1С – равнобедренные.
3. Вспомнив, что углы при основании равнобедренных треугольников равны (свойство равнобедренного треугольника), получаем: ∠АСС1 = ∠А1С1С, ∠ВСС1 = ∠В1С1С.
4. Поскольку ∠ACB = ∠ACC1 + ∠BCC1, ∠AC1B = ∠AC1C + ∠BC1C, то и углы AСB и AС1B равны.
5. Так как ВС = В1С1, АС = А1С1 и ∠AСB = ∠AС1B, можно утверждать, что треугольники АВС и А1В1С1 равны согласно [**первому признаку равенства треугольников**](http://people-ask.ru/nauki/geometriya/pervij-priznak-ravenstva-treugolnikov-formulirovka-i-dokazatelstvo) (по двум сторонам и углу между ними).**Что и требовалось доказать**

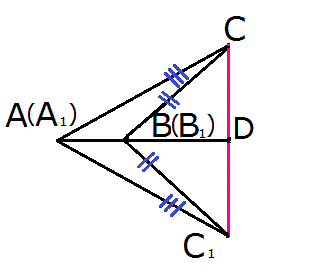
**Второй случай**

Луч С1С накладывается на одну из сторон этого угла.

**Доказательство:**

1. Рассмотрим треугольник САС1.
2. Согласно условию теоремы, в треугольнике САС1 стороны АС и А1С1 равны, следовательно, сам треугольник САС1 - равнобедренный.
3. По аналогии с [**доказательством первого случая**](http://people-ask.ru/nauki/geometriya/tretij-priznak-ravenstva-treugolnikov-formulirovka-i-dokazatelstvo#firstCase) (пункты 3-5): так как треугольник САС1 равнобедренный, то углы при его основании (СС1) равны, то есть∠С = ∠С1 . Отсюда следует, что треугольники АВС и А1В1С1равны по двум сторонам и углу между ними.

**Что и требовалось доказать.**

**Третий случай**

Луч С1С расположен вне угла А1С1В1.

**Доказательство:**

1. Рассмотрим полученный треугольник ВСС1.
2. По условию, стороны В1С1 и ВС – равны, следовательно, треугольник В1С1С – равнобедренный, а значит, что углы BСD и BС1D равны.
3. Рассмотрим треугольник АСС1.
4. Согласно условию, стороны АС и А1С1 – равны, отсюда следует, что треугольник АСС1 – равнобедренный и углы при его основании равны (∠DC1A = ∠DCA).
5. ∠DCA = ∠DCB + ∠ACB, а ∠DC1A = ∠DC1B + ∠AC1B.
6. Поскольку ∠DC1A = ∠DCA и ∠BСD = ∠BС1D, то отсюда следует, что и углы ∠АСВ и ∠АС1В равны.
7. Исходя из вышенаписанного можно сделать вывод, что треугольники АВС и А1В1С1 равны по двум сторонам и углу между ними.

**Что и требовалось доказать.**

**Билет 2**

1. Определение угла. Градусная мера угла. Виды углов (острые, прямые, тупые углы). Определение развернутого угла. Свойство измерения углов. Биссектриса угла. (опр., рис.)

**Ответ:** Геометрическая фигура, состоящая из двух лучей с общим началом называется**углом.** Общее начало – вершина угла, а лучи называются сторонами угла. Обозначается угол двумя маленькими, тремя большими или одной большой латинскими буквами (например: угол ОСВ, угол С, угол hk). Угол называется развернутым, если обе его стороны лежат на одной прямой.

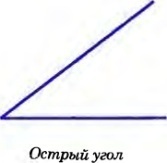
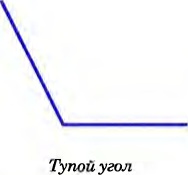
О h

С k T

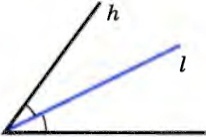
A R

Положительное число, которое по­казывает, сколько раз градус и его части ук­ладываются в данном угле, называется гра­дусной мерой угла. Для измерения углов ис­пользуется транспортир.Опреде­ленные части градуса носят специальные названия: часть градуса называется минутой, часть минуты называется секундой. Минуты обозначают знаком « ' », а се­кунды — знаком « " ». Например, угол в 60 градусов, 32 минуты и 17 секунд обознача­ется так: 60°32'17".

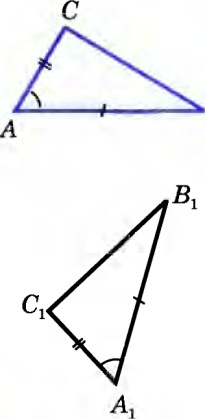
Равные углы имеют равные градусные меры. Меньший угол имеет меньшую гра­дусную меру.Если луч делит угол на два угла, градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов.

Угол называется прямым, если он равен 90°, острым, если он мень­ше 90°, т. е. меньше прямого угла, тупым, если он больше 90°, но меньше 180°, т. е. больше прямого, но меньше разверну­того угла.

Чтобы установить, равны углы или нет, надо наложим один угол на другой так, чтобы сторона одного угла со­вместилась со стороной другого, а две дру­гие оказались по одну сторону от совместив­шихся.

Луч, исходящий из вершины уг­ла и делящий его на два равных угла, назы­вается биссектрисой угла.

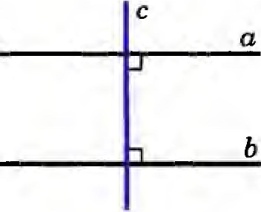
1. Доказать признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.

Теорема: Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство. Рассмотрим треугольники АВС и А1В1С1 у которых АВ= А1В1, АС= А1С1, углы А и А1 равны. Докажем, что треугольник АВС = А1В1С1.

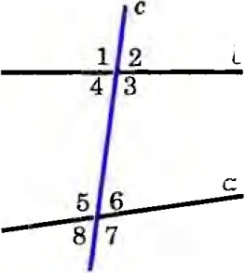
Так как ∠А=∠А1, то треугольник АВС можно наложить на треугольник А1В1С1 так, что вершина А совместится с вершиной А1, а стороны АВ и АС наложатся соответственно на лучи А1В1 и А1С1. Поскольку АВ = А1В1, АС =А1С1, то сторона АВ совместится со стороной А1В1, а сторона АС — со стороной А1С1; в частности, совместятся точки В и В1, С и С1. Следовательно, совместятся стороны ВС и В1С1. Итак, треугольники АВС и А1В1С1 полностью совместятся, значит, они равны. Теорема доказана.

**Билет 3**

Параллельные прямые. Свойства углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей.(опр. + рис).

**Определение:** Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются. Параллельность прямых а и в обозначают так: а в.

Прямые а и в, перпендикулярные к прямой с не пересекаются, т. е. они параллельны.

Прямая *с* называется **секущей** по отношению к прямым *а* и Ь, если она пересекает их в двух точках**.** При пересечении прямых *а* и в секущей *с* образуется восемь углов, которые на рисунке обозначены цифрами. Некоторые пары этих углов имеют специальные названия: накрест лежащие углы: 3 и 5, 4 и 6; односторонние углы: 4 и 5, 3 и 6; соответственные углы: 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7.

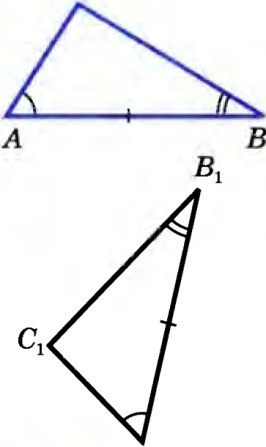
Рассмотрим три признака параллельности двух прямых, связанные с этими парами углов.

Теорема: 1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

2.Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

3. Если при пересечении двух прямых секу­щей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

2.Доказать признак равенства треугольников по стороне и двум прилежащим углам.

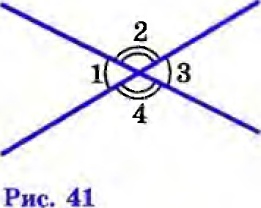
Теорема: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство. Рассмотрим треугольники АВС и А1В1С1, у которых AB=AlBl, ∠A= ∠ А1, ∠B= ∠В1. Докажем, что треугольник АВС равен треугольнику А1В1С1.

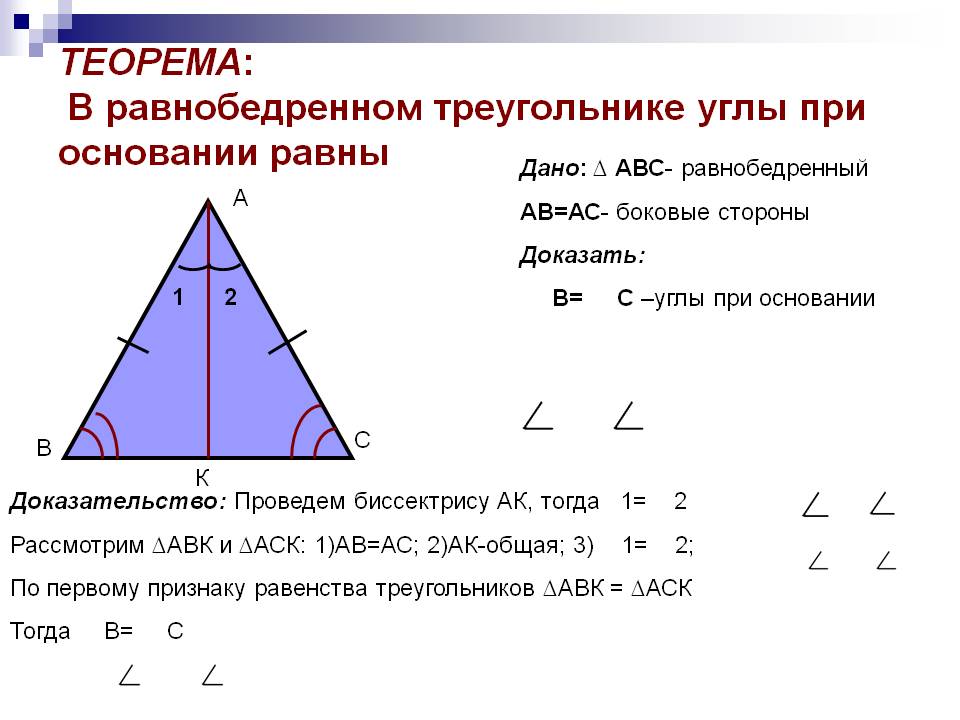
Наложим треугольник АВС на треугольник А1В1С1 так, чтобы вершина А совместилась с вершиной А1 сторона АВ — с равной ей стороной А1В1, а вершины С и С1, оказались по одну сторону от прямой А1В1. Так как ∠A= ∠ А1 и ∠B= ∠В1, то сторона АС наложится на луч А1С1, а сторона ВС — на луч В1С1.Поэтому вершина С — общая точка сторон АС и ВС — окажется лежащей как на луче А1С1 так и на луче В1С1 и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей — вершиной С1. Значит, совместятся стороны АС и А1С1, ВС и В1С1. Итак, треугольники АВС и А1В1С1 полностью совместятся, поэтому они равны. Теорема доказана

**Билет 4**

1. Определение и свойство вертикальных углов.(формулировка +рисунок)

Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.

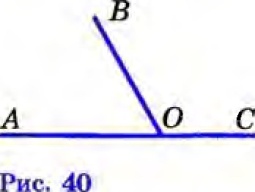
На рисунке углы 1 и 3, а также углы 2 и 4 — вертикальные. Угол 2 является смежным как с углом 1, так и с углом 3. По свойству смежных углов ∠l+∠2 = 180° и ∠3+∠2 = 180°. Отсюда получаем: ∠l = 180°-∠2, ∠3 = 180°-∠2. Таким образом, градусные меры углов 1 и 3 равны. Отсюда следует, что и сами углы равны. Итак, вертикальные углы равны.

1. Доказать свойство углов при основании равнобедренного треугольника.

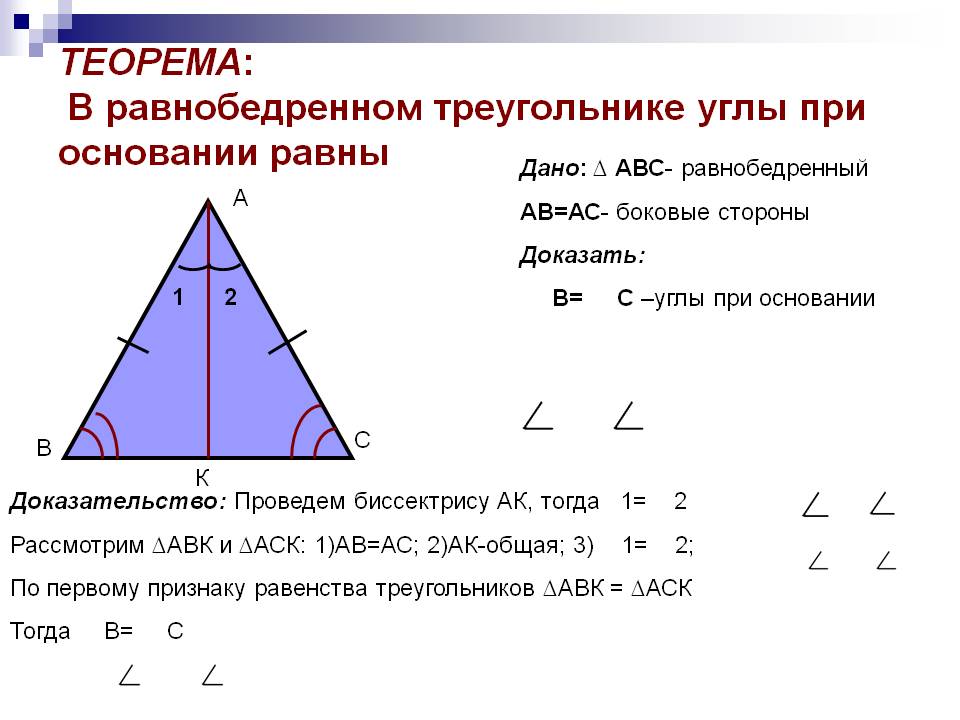
**Теорема:** В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

Доказательство: Рассмотрим равнобедренный треугольник АВС с основанием ВС и докажем, что ∠B =∠C. Пусть АК— биссектриса треугольника АВС. Треуголь­ники АВК и АСК равны по двум сторонам и углу между ними (АВ=АС по условию, АК — общая сторона, ∠1=∠2, так как АК — биссектриса). В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, поэтому ∠B=∠C. Тео­рема доказана.

**Билет 5**

1. Определение и свойство смежных углов.(формулировка +рисунок).

Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой, называются смежными. Углы АОВ и ВОС смежные. Так как лучи ОА и ОС образуют развернутый угол, то ∠АОВ + ∠ВОС = ∠АОС = 1800. Таким образом, сумма смежных углов равна 1800.

1. Доказать свойство биссектрисы равнобедренного треугольника, проведенного к основанию.

Теорема: В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.

Доказательство. Рассмотрим равнобедренный треугольник АВС с основанием ВС. Пусть АК— биссектриса треугольника АВС. Треугольники АВК и АСК равны по двум сторонам и углу между ними (АВ=АС по условию, АК — общая сторона, ∠1=∠2, так как АК — биссектриса). В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, поэтому ∠B=∠C. Из равенства треугольников АВК и АСК следует, что ВК=КС и ∠АКВ=∠АКС. Равенство ВК=КС означает, что точка К — середина стороны ВС и поэтому АК— медиана треугольника АВС. Так как углы ∠АКВ=∠АКС — смежные и равны друг другу, то они прямые. Следовательно, отрезок АК является также высотой треугольника АВС. Теорема доказана.

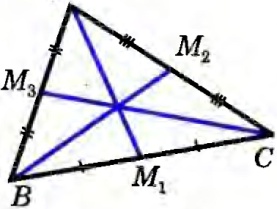
Мы установили, что биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника, проведенные к основанию, совпадают.

Поэтому справедливы также утверждения:

Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

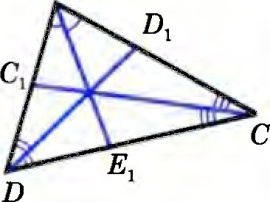
Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.

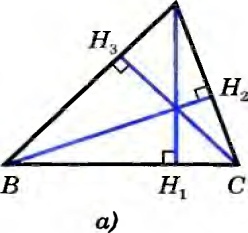
**Билет 6.**

1. Определение медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

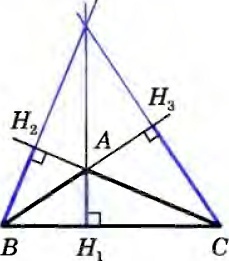
Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника.

Любой треугольник имеет три медианы. Отрезки АМ1, ВМ2, СМ3 — медианы треугольника АВС.

Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется биссектрисой треугольника.

Любой треугольник имеет три биссектрисы. Отрезки СС1, ДД1, ЕЕ1 — биссектрисы треугольника CDЕ.

Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется **высотой т**реугольника.

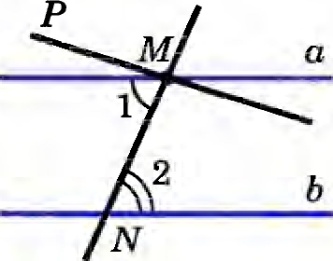
Любой треугольник имеет три высоты. Отрезки АН1, ВН2, СН3 — высоты треугольника *АВС.*

Медианы, биссектрисы и высоты треугольника обладают замечательными свойствами:

в любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке***,*** биссектрисы пересекаются в одной точке***;*** высоты или их продолжения также пересекаются в одной точке

1. Доказать, что при пересечении двух параллельных прямых секущей накрест лежащие углы равны.

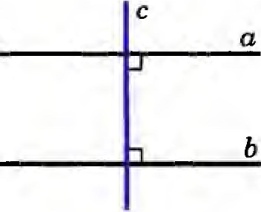
Теорема: Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

**Доказательство.** Пусть параллельные прямые а и b пересечены секущей МN. Докажем, что накрест лежащие углы 1 и 2, равны.

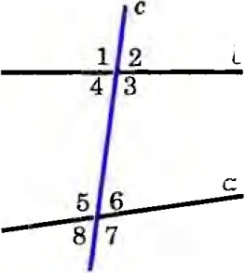
Допустим, что углы 1 и 2 не равны. Отложим от луча MN угол PMN, равный углу 2, так, чтобы ∠PMN и ∠2 были накрест лежащими углами при пересечении прямых MP и b секущей MN.По построению эти накрест лежащие углы равны, поэтому MP . b.

Мы получили, что через точку М проходят две прямые (прямые а и МР), параллельные прямой b. Но это противоречит аксиоме параллельных прямых. Значит, наше допущение неверно и ∠l=∠2. Теорема доказана.

**Билет 7.**

1. Параллельные прямые. Признаки параллельности двух прямых.(опр., признаки перечислить + рис.)

**Определение:** Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются. Параллельность прямых а и в обозначают так: а в.

Прямые а и в, перпендикулярные к прямой с не пересекаются, т. е. они параллельны.

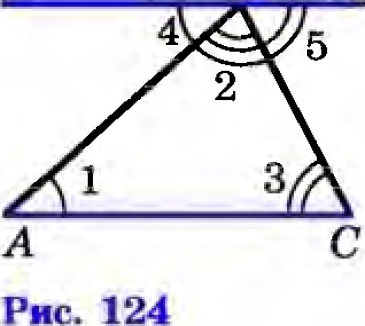
Прямая *с* называется **секущей** по отношению к прямым *а* и Ь, если она пересекает их в двух точках**.** При пересечении прямых *а* и в секущей *с* образуется восемь углов, которые на рисунке обозначены цифрами. Некоторые пары этих углов имеют специальные названия: накрест лежащие углы: 3 и 5, 4 и 6; односторонние углы: 4 и 5, 3 и 6; соответственные углы: 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7.

Рассмотрим три признака параллельности двух прямых, связанные с этими парами углов.

Теорема: 1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

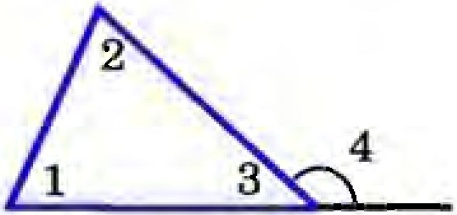
2.Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

3. Если при пересечении двух прямых секу­щей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

**2.**Доказать теорему о сумме углов треугольника.

Теорема: Сумма углов треугольника равна 180°.

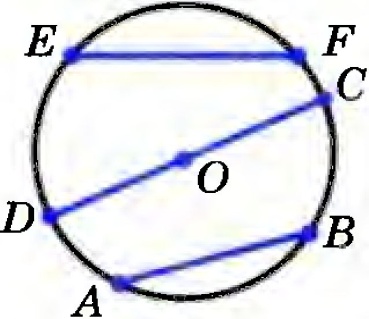
Доказательство. Рассмотрим произвольный треугольник АВС и докажем, что ∠A+∠В + ∠C= 180°.

Проведем через вершину *В* прямую а, параллельную стороне АС. Углы 1 и 4 являются накрест лежащими углами при пересечении параллельных прямых *а* и *АС* секущей АВ, а углы 3 и 5 — накрест лежащими углами при пересечении параллельных прямых а и АС секущей *ВС.* Поэтому ∠4=∠1, ∠5=∠3.

Очевидно, сумма углов 4, 2 и 5 равна развернутому углу с вершиной В, т. е. ∠4+∠2+∠5 = 180°. Отсюда: ∠l+∠2+∠3 = 180°, или ∠A+∠В+∠C= 180°. Теорема доказана.

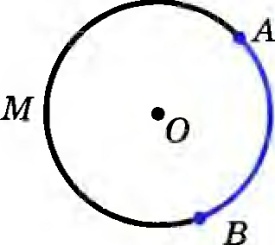
**Билет 8.**

1. Определение окружности. Центр, радиус, хорда, диаметр и дуга окружности.(опр.+ рис.)

**Определение:** Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

Данная точка называется центром окружности, а отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, — радиусом окружности. Все радиусы имеют одну и ту же длину.

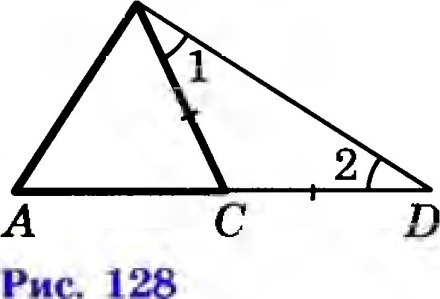
Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется ее хордой. Хорда, проходящая через центр окружности, называется диаметром.

Отрезки АВ и EF— хорды окружности, отрезок CD— диаметр окружности. Диаметр окружности в два раза больше ее радиуса. Центр окружности является серединой любого диаметра.

Любые две точки окружности делят ее на две части. Каждая из этих частей называется дугой окружности. ALBи AMВ — дуги, ограниченные точками А и В.

1. Неравенство треугольника.(теорема + доказательство + следствие)

**Теорема: Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.**

Доказательство: Рассмотрим произвольный треугольник АВС и докажем, что АВ <АС + СВ.

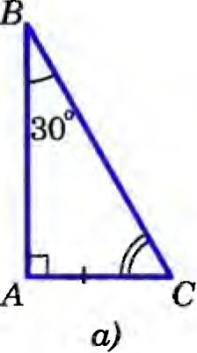
Отложим на продолжении стороны АС отрезок CD, равный стороне СВ. В равнобедренном треугольнике BCD ∠1=∠2, а в треугольнике ABD ∠ABD>∠1 и, значит, ∠ABD>∠2. Так как в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, то АВ <AD. Но AD=AC+CD=AC+CB, поэтому АВ < АС+СВ. Теорема доказана.

Следствие. Для любых трех точек А, В и С, не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства: АВ <АС+СВ, АС<АВ+ВС, ВС<ВА+АС.

Каждое их этих неравенств называется неравенством треугольника.

**Билет 9.**

1. Прямоугольный треугольник. Свойства прямоугольного треугольника.

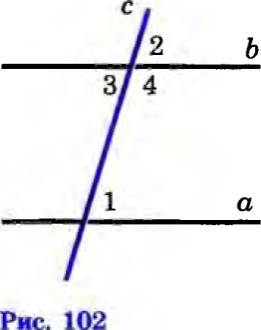
Если один из углов треугольника прямой, то треугольник называется прямоугольным. Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой, а две другие стороны — катетами. В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.

**Свойства:**

1°. Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

2°. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

3°. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°.

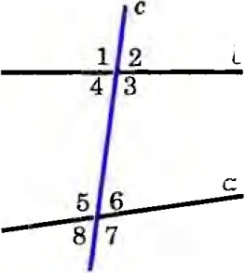
1. Доказать, что при пересечении двух параллельных прямых секущей соответственные углы равны.

**Теорема:** Если две параллельные прямые пересечены **секущей, то соответственные углы равны.**

Доказательство.

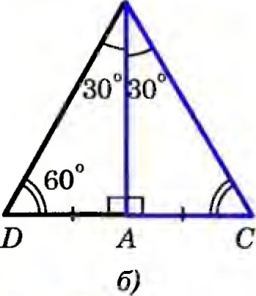
Пусть параллельные прямые а и в пересечены секущей с. Докажем, что соответственные углы 1 и 2, равны. Так как а в, то накрест лежащие углы 1 и 3 равны. Углы 2 и 3 равны как вертикальные. Из равенств ∠l=∠3 и ∠2=∠3 следует, что ∠l=∠2. Теорема доказана.

**Билет 10.**

1. Что такое секущая? Назовите пары углов, которые образуются при пересечении двух прямых секущей.

Прямая *с* называется **секущей** по отношению к прямым *а* и Ь, если она пересекает их в двух точках**.** При пересечении прямых *а* и в секущей *с* образуется восемь углов, которые на рисунке обозначены цифрами. Некоторые пары этих углов имеют специальные названия: накрест лежащие углы: 3 и 5, 4 и 6; односторонние углы: 4 и 5, 3 и 6; соответственные углы: 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7.

1. Доказать свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 300. Сформулировать обратное утверждение.

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

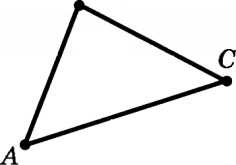
Рассмотрим прямоугольный треугольник АВС, в котором ∠A - прямой, ∠B=30° и, значит, ∠C=60°. Докажем, что AC=1/2BC.

Приложим к треугольнику АВС равный ему треугольник ABD так, как показано. Получим треугольник BCD, в котором ∠B=∠D=60°, поэтому DC=BC. Но АС=1/2dC. Следовательно, АС=1/2ВС, что и требовалось доказать.

Обратное утверждение: Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°.

**Билет 11.**

1. Треугольник. Виды треугольников по величине углов и длине сторон. Периметр треугольника. В

Отметим какие-нибудь три точки, не лежащие на одной прямой, и соединим их отрезками. Получим геометрическую фигуру, которая называется треугольником. Отмеченные три точки называются вершинами, а отрезки — сторонами треугольника. Рассмотрим треугольник с вершинами А, В, С и сторонами АВ, ВС и СА. Такой треугольник будем обозначать так: АВС (читается: «треугольник АВС»). Этот же треугольник можно обозначить иначе, записав буквы А, В, С в другом порядке: ВСА, СВА и т. д.

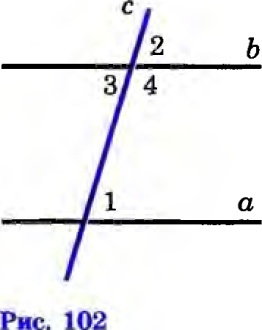
Три угла — ∠BAC, ∠CBA и ∠ACB - называются углами треугольника АВС. Часто их обозначают одной буквой: ∠А, ∠В, ∠C. Сумма длин трех сторон треугольника называется его периметром.

Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны.

Равные стороны называются боковыми сторонами, а третья сторона — основанием рав­нобедренного треугольника.

Треугольник, все стороны которого равны, называется равносторонним.

**Если все три угла треугольника острые, то треугольник называется** остроугольным. **Если один из углов треугольника тупой, то треугольник называется** тупоугольным**. Если один из углов треугольника прямой, то треугольник называется** прямоугольным.

1. Доказать, что при пересечении двух параллельных прямых секущей сумма односторонних углов равно 180°.

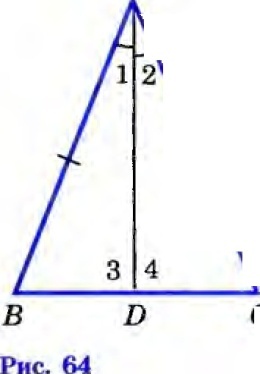
Теорема: Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°.

Доказательство: Пусть параллельные прямые а и в пересечены секущей с. Докажем, например, что ∠l+∠4=180°. Так как а в, то соответственные углы 1 и 2 равны. Углы 2 и 4 смежные, поэтому ∠2+∠4=180°.

Из равенств ∠1=∠2 и ∠2+∠4=180° следует, что ∠l+∠4=180°. Теорема доказана.

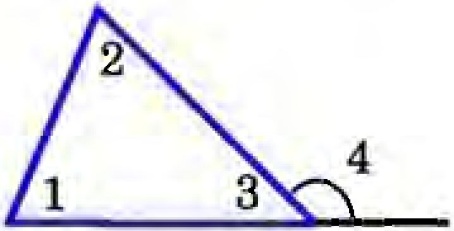
**Билет 12.**

1. Определение равнобедренного треугольника. Свойства равнобедренного треугольника.

Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны. Равные стороны называются боковыми сторонами, а третья сторона — основанием равнобедренного треугольника.

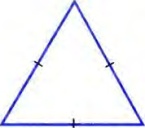
Свойства равнобедренного треугольника.

1. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.
2. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.
3. Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медиа­ной и биссектрисой.
4. Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.
5. Доказать свойство внешнего угла треугольника.

****Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника. Докажем, что внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

Угол 4 — внешний угол, смежный с углом 3 данного треугольника. Так как ∠4+∠3 = 180°, а по теореме о сумме углов треугольника (∠l+∠2)+ ∠3 = 180°, то ∠4 = ∠l+∠2, что и требовалось доказать.

**Билет 13.**

1. Определение равностороннего треугольника. Свойства равностороннего треугольника.

Треугольник, все стороны ко­торого равны, называется равносторон­ним.

Все углы равностороннего треугольника равны и равны 60^\circ . Медианы, биссектрисы и высоты равностороннего треугольника совпадают и равны.

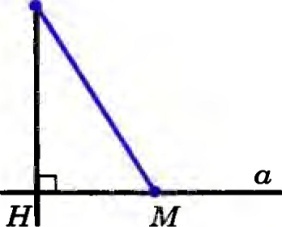
1. Докажите признак равенства прямоугольных треугольников по двум катетам.

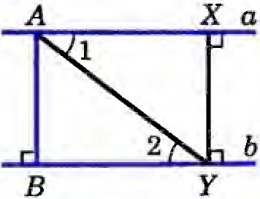
Если катеты одного прямоугольного тре­угольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны.

Рассмотрим два прямоугольных треугольника АВС и А1В1С1. Пусть ∠С=∠ С1=900. По условию АС= А1С1, ВС= В1С1. Значит треугольники равны по двум сторонам и углумежду ними.

**Билет 14.**

1. Определение расстояния от точки до прямой. Наклонная. Определение расстояния между параллельными прямыми. А

Пусть отрезок АН — перпендикуляр, проведенный из точки А к прямой а, М — любая точка прямой а, отличная от Н. Отрезок AM называется наклонной, проведенной из точки А к прямой а. В прямоугольном треугольнике АНМ катет АН меньше гипотенузы AM. Следовательно, перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой.

Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, называется расстоянием от этой точки до прямой. Расстояние от точки до прямой равно наименьшему из расстояний от этой точки до точек прямой.

Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется расстоянием между этими прямыми. Расстояние между параллельными прямыми равно наименьшему из расстояний от точек одной прямой до точек другой прямой.

1. Докажите признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

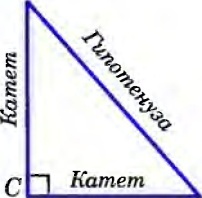
**Признак:** Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны.

Доказательство

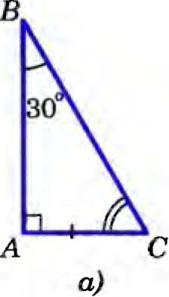
Рассмотрим два прямоугольных треугольника АВС и А1В1С1. Пусть ∠С=∠С1=900. По условию АВ=А1В1 и ∠А=∠ А1. Так как в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 900, то ∠В=∠В1. Поэтому треугольники равны по стороне и двум прилежащим к ней углам, т.е. по стороне (гипотенузе) и двум прилежащим к ней углам. Теорема доказана.

**Билет 15.**

1. Прямоугольный треугольник. Катет. Гипотенуза. Свойства прямоугольных треугольников.

Если один из углов треугольника прямой, то треугольник называется прямоугольным. Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой, а две другие стороны — катетами.

1. Сумма двух **острых углов прямоугольного треугольника равна 900.**

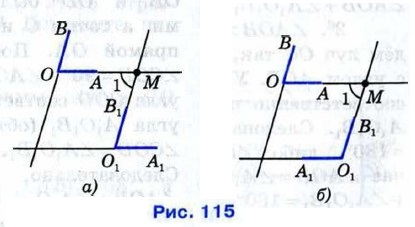
В самом деле, сумма углов треугольника равна 180°, а прямой угол равен 90°, поэтому сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

1. Доказать теорему об углах с соответственно параллельными сторонами.

**Если стороны одного угла соответственно параллельны сторонам другого угла, то такие углы или равны, или в сумме составляют 180°.**

**Доказательство:** Пусть ∠AOB и ∠A1O1B1 — данные углы и ОА || О1А1, ОВ || О1В1. Если угол АОВ развёрнутый, то и угол А1О1В1— развёрнутый, поэтому эти углы равны. Пусть ∠AOB — неразвёрнутый угол. Возможные случаи расположения углов АОВ и А1О1В1:



Прямая О1В1 пересекает прямую О1А1 и, следовательно, пересекает параллельную ей прямую ОА в некоторой точке М. Параллельные прямые ОВ и О1В1пересечены секущей ОМ, поэтому один из углов, образованных при пересечении прямых О1В1 и ОА (угол 1), равен углу АОВ (как накрест лежащие углы). Параллельные прямые ОА и О1А1 пересечены секущей О1М, поэтому либо ∠1 = ∠A1O1B1, либо ∠1 + ∠A1O1B1= 180° (рис. б). Из равенства ∠1 = ∠AOB и последних двух равенств следует, что либо ∠AOB = ∠A1O1B1 (рис. а), либо ∠AOB + ∠A1O1B1= 180° ( рис. б). **Теорема доказана.**